BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ
№3 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2009

ТЕМПЕРАТУРНОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРУЕМОЕ СОСТОЯНИЕ ТРУБЫ ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИИ ГАЗА

А.Б.АЛИЕВ
Бакинский Государственный Университет
alberco@inbox.ru

В этой работе исследуются температурные напряжения, которые чаще всего связаны с разрушением ядерных реакторов, турбин реактивных двигателей, а также неизометрическое движение и напряженно-деформированное состояние газа.

1. **Постановка задачи.** Рассмотрим движение газа в трубе с внутренним радиусом R и внешним - R_1. Осредненная температура газа по сечению трубы зависит только от осевой координаты. Предположим сперва, что осевое перемещение всюду равно нулю. Чтобы всюду выполнялось это условие, к концам трубы нужно приложить нормальные усилия и закрепить трубу в грунте. В этом случае труба деформируется плоско и имеются три компонента напряжений σ_r, σ_θ, σ_z; все три деформации сдвига и касательные напряжения равны нулю в силу симметрии относительно оси и постоянства условий в осевом направлении. Напряжение σ_r при двух значениях радиусов равно нулю:

$$\sigma_r = p \text{ при } r = R; \; \sigma_r = \sigma_0 \text{ при } r = R_1. \tag{1.1}$$

Для плоской задачи решение рассматриваемой задачи упругости имеет вид [1]:

$$u = \frac{(1+\nu)\alpha(r^2 - a^2)}{2(1-\nu)r} T + C_1 r + \frac{C_2}{r},$$

$$\sigma_r = -\frac{\alpha E(r^2 - a^2)}{2(1-\nu)r^2} T + \frac{E}{1+\nu}\left(\frac{C_1}{1-2\nu} - \frac{C_2}{r^2}\right),$$

$$\sigma_\theta = \frac{\alpha E(r^2 - a^2)}{2(1-\nu)r^2} T - \frac{\alpha E T}{1-\nu} + \frac{E}{1+\nu}\left(\frac{C_1}{1-2\nu} + \frac{C_2}{r^2}\right), \tag{1.2}$$

$$\sigma_z = -\frac{\alpha E}{1-\nu} T + \frac{2\nu E C_1}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$

где E, ν - модуль упругости и коэффициент Пуассона трубы, α - коэффициент температурного расширения, C_1, C_2 - постоянные интегрирования.

Из граничных условий (1.1) следует:

$$C_1 = \frac{1-2\nu}{a^2}C_2 + \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E}p,$$

$$C_2 = \frac{\alpha E a^2}{2(1-\nu)}T + \frac{a^2 b^2}{a^2 - b^2}(p - \sigma_0). \qquad (1.3)$$

Подставляя эти значения в (1.2), получим формулы для радиального перемещения и напряжения.

2. Температурное поле в течении газа.

Для расчета нестационарных процессов следует использовать упрощенную методику [2], при которой температура грунта представляется неизменной, а теплообмен газа с грунтом учитывается через постоянный коэффициент теплопередачи, определяемый по стационарным зависимостям:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p_0 z}{T_0 S}\left(\frac{T_q}{p}\right)\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{Rz}{c_p}\left(\frac{T}{p}\right)\left(\frac{\partial_p}{\partial t}\right) + \frac{\pi k z d R}{c_p S}\left(\frac{T}{p}\right)(T_{гр} - T), \qquad (2.1)$$

где $0 \le x \le L$; $p = z\rho RT$; c_p - теплоемкость газа; S, d - сечение и диаметр трубопровода; k - коэффициент теплопередачи от газа к грунту; $T_{гр}$ - температура грунта.

Начальным условием для уравнения (2.1) является зависимость при $t = 0$:

$$T_н(x,0) = T_{гр} + (T_{0н} - T_{гр})e^{-\xi x}, \qquad (2.2)$$

где $\xi = \dfrac{\pi k d R T_0 g}{c_p p_0 q_н}$; $T_{1н} = T_н(0,0)$ - температура газа на входе в трубу в исходном стационарном режиме.

Уравнение (1) нелинейное; для определения температуры необходимо в каждый момент времени нестационарного процесса знать давления и расходы в каждой точке газопровода. Следовательно, для точного решения задачи необходимо рассматривать одновременно неизотермические уравнения движения и неразрывности [3].

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial p}{\partial x} = \dfrac{p}{z(p)RT}\left(\dfrac{\partial v}{\partial t} + 2av\right), \\ -\dfrac{\partial p}{\partial t} = \dfrac{C^2 p}{z(p)RT}\dfrac{\partial v}{\partial x}. \end{cases} \qquad (2.3)$$

Для получения аналитического решения уравнения (2.1) приходится его линеаризовать, принимая комплексы $\left(\frac{T_q}{p}\right)$ и $\left(\frac{T}{p}\right)$ постоянными, и определять их из исходных стационарных значений, усредненных по длине. Конечно, данная постановка позволяет получить лишь приближенное решение задачи. Однако, если иметь в виду многие другие неточности в газотранспортной модели - погрешность констант, линеаризацию уравнения движения и др. - то приведенные допущения можно считать приемлемыми для получения приближенной оценки нестационарного изменения температуры газопровода. Таким образом, принятая нами упрощенная температурная модель представляет собой уравнение в частых производных первого порядка, в правой части которого имеются два возмущения: изменения температуры, обусловленные скоростью изменения давления в газопроводе $\frac{\partial p}{\partial t}$ и оттоком тепла от газа к грунту, что имеет ясную физическую природу. Для расчета неустановившегося неизотермического режима транспорта газа необходимо предварительно определить начальные распределения температур, давления, плотности расхода, в связи с чем потребуется предварительно найти решение соответствующей изотермической системы (2,3).

Запишем уравнение (2.1) в линеаризованной форме, вводя параметры линеаризации $\mu = \frac{T}{p}$ и $b = \frac{T_q}{p}$:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p_0 z}{T_0 S} b \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{Rz}{c_p} \mu \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\pi k z d R}{c_p S} \mu \left(T_{гр} - T\right). \tag{2.4}$$

С целью обобщения решения приведем (2.4) к безразмерному виду:

$$\mu_1 \frac{\partial \Theta(\bar{x},\tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial \Theta(\bar{x},\tau)}{\partial \bar{x}} + \mu_2 \Theta(\bar{x},\tau) = \mu_3 \frac{\partial \bar{U}}{\partial \tau}, \tag{2.5}$$

$$\tau = 0,\ \Theta(x,0) = 0;\ x = 0,\ \Theta(0,\tau) = \varphi(\tau), \tag{2.6}$$

где $\Theta(\bar{x},\tau) = \frac{T(\bar{x},\tau) - T_н(\bar{x},0)}{T_{1н} - T_{гр}}$ - относительное отклонение температуры газа; $\bar{U}(\bar{x},\tau) = \frac{p(\bar{x},\tau) - p(0,\bar{x})}{p_{1н}}$ - относительное отклонение давления из решения (2.2), (2.3); $\varphi(\tau)$ - изменение температуры на входе в трубопровод; $0 \le \bar{x} = \frac{x}{L} \le 1$ - безразмерная длина трубопровода; $\tau = \frac{2l}{La}\sqrt{\frac{zTRgd}{\lambda L \delta}}$ - безразмерное время;

$$\mu_1=\frac{2T_0S}{abp_0z}\sqrt{\frac{zTRgd}{\lambda L\delta}}\,;\ \mu_2=\frac{\pi kdRgT_0L\mu}{c_pP_0b}\,;$$

$$\mu_3=\frac{2Rg\mu T_0Sp_{1н}}{c_pabP_0\left(T_{0н}-T_{гр}\right)}\sqrt{\frac{zTRgd}{\lambda L\delta}}\,;\ \frac{T}{p}\cong\left(\frac{T}{p}\right)_{ср}=\mu\,,\ \frac{T_q}{p}\cong\left(\frac{T_q}{p}\right)_{ср}=b$$ - коэффициенты линеаризации.

Применяя к уравнению (2.5) преобразование Лапласа, получим:

$$\frac{\partial\overline{\Theta}(\overline{x},s)}{\partial\overline{x}}+(\mu_2+\mu_1s)\overline{\Theta}(\overline{x},s)=\mu_3s\overline{U}(\overline{x},s);$$

$$\overline{x}=0\,,\ \overline{\Theta}(0,s)=\overline{\varphi}(s). \tag{2.7}$$

Решение для искомого изображения температуры $\overline{\Theta}(s,\overline{x})$ имеет вид:

$$\overline{\Theta}(\overline{x},s)=\mu_3s\int_0^{\overline{x}}\overline{U}(x',s)e^{-(\mu_2+\mu_1s)(\overline{x}-x')}dx'+\overline{\varphi}(s)e^{-(\mu_2+\mu_1s)\overline{x}}\,. \tag{2.8}$$

В качестве функции $\overline{U}(x',s)$ следует взять решение изотермической задачи для давления [3]:

$$\overline{U}(x',s)=\frac{1}{2}\left[p(0,s)-z(s)V(0,s)\right]e^{\lambda x}+\frac{1}{2}\left[p(0,s)+z(s)V(0,s)\right]e^{-\lambda\overline{x}}$$

$$\overline{V}(\overline{x},s)=\frac{1}{2z(s)}\left\{\left[-p(0,s)+z(s)V(0,s)\right]e^{\lambda x}+\left[p(0,s)+z(s)V(0,s)\right]e^{-\lambda\overline{x}}\right\}.$$

После интегрирования в (2.8) получим:

$$\overline{\Theta}(\overline{x},s)=\frac{\mu_3m}{sh(m)\cdot\left(\eta^2-m^2\right)}\cdot\left[\overline{F}_1(s)(\eta\cdot ch(m(\overline{x}-1))-mch(m(\overline{x}-1)))-\right.$$

$$\left.-\overline{F}_2(s)\times(\eta\cdot ch(\overline{x}m)-mch(\overline{x}m))-e^{-\overline{x}\eta}\cdot\left(\overline{F}_1(s)(\eta\cdot ch(m)+msh(m))-\overline{F}_2(s)\eta\right)\right]+$$

$$+\overline{\varphi}(s)e^{-\overline{x}\eta}\,, \tag{2.9}$$

где $\eta=\mu_2+\mu_1s$, $m=\sqrt{ks^2+s}$, $\overline{F}_1(s)$ - заданные безразмерные возмущения давления и расхода на концах газопровода.

Полученное операторное уравнение (2.9) характеризует изменение температуры, позволяет построить частотные характеристики в любой точке $\overline{x}=x/L$ участка газопровода, а также после нахождения оригинала передаточной функции $\overline{\Theta}(\overline{x},s)$ рассчитать переходный процесс.

Подставляя граничные условия, записанные в отклонениях от установившегося режима в уравнение (2.9), для определения отклонения температуры на конце газопровода получим ряд операторных решений для

$$\overline{u}(0,s) = -\frac{\sqrt{ks^2+s}}{s}(C_1 - C_2) = F_1(s),$$

$$\overline{u}(1,s) = -\frac{\sqrt{ks^2+s}}{s}\left(-C_1 e^{\overline{x}\sqrt{ks^2+s}} + C_2 e^{\overline{x}\sqrt{ks^2+s}}\right) = F_2(s)$$

давлений на концах трубопровода $\overline{U}(0,s) = \overline{F}_1(s)$ и $\overline{U}(1,s) = \overline{F}_2(s)$:

$$\overline{\Theta}(1,s) = \overline{F}_1(s)G_1(s) + \overline{F}_2(s)G_2(s) + \overline{\varphi}(s)e^{-(\mu_2+\mu_1 s)}, \tag{2.10}$$

где

$$\overline{G}_1(s) = \frac{\mu_3 s}{(\mu_2+\mu_1 s)^2 - (ks^2+s)} \cdot \left(\frac{\sqrt{ks^2+s}}{sh\left(\sqrt{ks^2+s}\right)} + e^{-(\mu_2+\mu_1 s)} \times \right.$$
$$\left. \times \left(\sqrt{ks^2+s}\, cth\left(\sqrt{ks^2+s}\right) - (\mu_2+\mu_1 s)\right)\right);$$

$$\overline{G}_2(s) = \frac{\mu_3 s}{(\mu_2+\mu_1 s)^2 - (ks^2+s)} \cdot \left((\mu_2+\mu_1 s) - \sqrt{ks^2+s}\, cth\left(\sqrt{ks^2+s}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{\sqrt{ks^2+s}}{sh\left(\sqrt{ks^2+s}\right)} e^{-(\mu_2+\mu_1 s)}\right).$$

Давление в начале $\overline{U}(0,s) = \overline{F}_3(s)$ и расход в конце $\overline{W}(1,s) = \overline{F}_4(s)$:

$$\overline{\Theta}(1,s) = \overline{F}_3(s)\overline{G}_3(s) + \overline{F}_4(s)\overline{G}_4(s) + \overline{\varphi}(s)e^{-(\mu_2+\mu_1 s)}. \tag{2.11}$$

где

$$\overline{G}_3(s) = \frac{\mu_3 s}{(\mu_2+\mu_1 s)^2 - (ks^2+s)} \cdot \left(\frac{\mu_2+\mu_1 s}{ch\left(\sqrt{ks^2+s}\right)} - e^{-(\mu_2+\mu_1 s)} \times \right.$$
$$\left. \times \left((\mu_2+\mu_1 s) + \sqrt{ks^2+s}\, cth\left(\sqrt{ks^2+s}\right)\right)\right);$$

$$\overline{G}_4(s) = \frac{\mu_3\sqrt{ks^2+s}}{(\mu_2+\mu_1 s)^2 - (ks^2+s)} \cdot \left(\left((\mu_2+\mu_1 s) th\left(\sqrt{ks^2+s}\right) - \left(\sqrt{ks^2+s}\right) + \right.\right.$$
$$\left. + \frac{\sqrt{ks^2+s}}{ch\left(\sqrt{ks^2+s}\right)} e^{-(\mu_2+\mu_1 s)}\right)$$

расхода в начале $\overline{W}(0,s) = \overline{F}_5(s)$ и в конце $\overline{W}(1,s) = \overline{F}_6(s)$:

$$\overline{\Theta}(1,s) = \overline{F}_5(s)\overline{G}_5(s) + \overline{F}_6(s)\overline{G}_6(s) + \overline{\varphi}(s)e^{-(\mu_2+\mu_1 s)}, \tag{2.12}$$

где $\overline{G}_5(s)=\dfrac{\mu_3\sqrt{ks^2+s}}{sh\left(\sqrt{ks^2+s}\right)\left((\mu_2+\mu_1 s)^2-(ks^2+s)\right)}\cdot\Big[(\mu_2+\mu_1 s)\left(1-e^{-(\mu_2+\mu_1 s)}ch\left(\sqrt{ks^2+s}\right)\right)-$

$$-\sqrt{ks^2+s}\,e^{-(\mu_2+\mu_1 s)}sh\left(\sqrt{ks^2+s}\right)\Big]$$

$$\overline{G}_6(s)=\frac{\mu_3\sqrt{ks^2+s}}{sh\left(\sqrt{ks^2+s}\right)\left((\mu_2+\mu_1 s)^2-(ks^2+s)\right)}\cdot\Big[(\mu_2+\mu_1 s)\left(e^{-(\mu_2+\mu_1 s)}ch\left(\sqrt{ks^2+s}\right)\right)+$$
$$+\sqrt{ks^2+s}\,sh\left(\sqrt{ks^2+s}\right)\Big]$$

расход в начале $\overline{W}(0,s)=\overline{F}_7(s)$ и давление в конце $\overline{U}(1,s)=\overline{F}_8(s)$:

$$\overline{\Theta}(1,s)=\overline{F}_7(s)\overline{G}_7(s)+\overline{F}_8(s)\overline{G}_8(s)+\overline{\varphi}(s)e^{-(\mu_2+\mu_1 s)},\qquad(2.13)$$

$$\overline{G}_7(s)=\frac{\mu_3\sqrt{ks^2+s}}{\left((\mu_2+\mu_1 s)^2-(ks^2+s)\right)ch\left(\sqrt{ks^2+s}\right)}\times$$
$$\times\left(\frac{(\mu_2+\mu_1 s)sh\left(\sqrt{ks^2+s}\right)}{e^{\mu_2+\mu_1 s}}+\frac{\sqrt{ks^2+s}\,ch\left(\sqrt{ks^2+s}\right)}{e^{\mu_2+\mu_1 s}}-\sqrt{ks^2+s}\right),$$

$$\overline{G}_8(s)=\frac{\mu_3 s}{\left((\mu_2+\mu_1 s)^2-(ks^2+s)\right)ch\left(\sqrt{ks^2+s}\right)}\times$$
$$\times\left((\mu_2+\mu_1 s)sh\left(\sqrt{ks^2+s}\right)-\sqrt{ks^2+s}\,ch\left(\sqrt{ks^2+s}\right)-\frac{\mu_2+\mu_1 s}{e^{\mu_2+\mu_1 s}}\right).$$

Переход во временную область осуществляется посредством методики, апробированной в работе [3].

На основании выражения (2.9) нетрудно получить формулы для вычисления средней температуры по длине газопровода. Для этого интегрируем (2.9) по переменной x от 0 до 1 для определения средней температуры по длине трубопровода для следующих граничных условий:

давлений на концах трубопровода $\overline{U}(0,s)=\overline{F}_1(s)$ и $\overline{U}(1,s)=\overline{F}_2(s)$

$$\overline{\Theta}_{cp}(s)=\frac{\mu_3 s}{sh(m)(\eta^2-m^2)}\Big[\overline{F}_2(s)\left(\frac{\eta}{m}(ch(m)-1)-sh(m)+\frac{m}{\eta}\left(1-e^{-\eta}\right)\right)-$$
$$-\Big[\overline{F}_1(s)\left(\frac{\eta}{m}(1-ch(m))-sh(m)-(mch(m)-\eta sh(m))\frac{1-e^{-\eta}}{\eta}\right)\Big]\Big]+\overline{\varphi}\frac{1-e^{-\eta}}{\eta}\qquad(2.14)$$

давления в начале $\overline{U}(0,s)=\overline{F}_3(s)$ и расхода в конце $\overline{W}(1,s)=\overline{F}_4(s)$:

$$\overline{\Theta}_{cp}(s)=\frac{\mu_3 s}{ch(m)\left(\eta^2-m^2\right)}\left[\overline{F}_1(s)\left(\frac{\eta}{m}sh(m)-(1-ch(m))-(\eta ch(m)+msh(m))\frac{1-e^{-\eta}}{\eta}\right)-\right.$$

$$\left.-\overline{F}_2(s)\left(\frac{\eta}{m}(ch(m)-1)-sh(m)+m\frac{1-e^{-\eta}}{\eta}\right)\right]+\overline{\varphi}\frac{1-e^{-\eta}}{\eta} \qquad (2.15)$$

расхода в начале $\overline{W}(0,s)=\overline{F}_5(s)$ и в конце $\overline{W}(1,s)=\overline{F}_6(s)$:

$$\overline{\Theta}_{cp}(s)=\frac{\mu_3 m}{sh(m)\left(\eta^2-m^2\right)}\left[\left(\overline{F}_1(s)\left(\frac{\eta}{m}sh(m)+ch(m)-1\right)\right)-\right.$$

$$-\left[\left(-\overline{F}_2(s)\left(\frac{\eta}{m}sh(m)-ch(m)+1\right)\right)-\right.$$

$$\left.-\left(\overline{F}_1(s)(\eta ch(m)+msh(m)+\overline{F}_2(s)\eta)\right)\frac{1-e^{-\eta}}{\eta}\right]+\overline{\varphi}\frac{1-e^{-\eta}}{\eta} \qquad (2.16)$$

в начале $\overline{W}(0,s)=\overline{F}_7(s)$ и давления в конце $\overline{U}(1,s)=\overline{F}_8(s)$:

$$\overline{\Theta}_{cp}(s)=\frac{\mu_3 s}{ch(m)}\left[\overline{F}_2(s)\frac{m}{s\left(\eta^2-m^2\right)}\left(\frac{\eta}{m}(1-ch(m))-sh(m)+\eta sh(m)\frac{1-e^{-\eta}}{\eta}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+mch(m)\frac{1-e^{-\eta}}{\eta}+\overline{F}_1(s)\frac{1}{\eta^2-m^2}\left(\frac{\eta}{m}sh(m)-(ch(m)-1)-\left(1-e^{-\eta}\right)\right)\right]+\right.$$

$$+\overline{\varphi}\frac{1-e^{-\eta}}{\eta}. \qquad (2.17)$$

Из расчета видно, процесс изменения температуры можно условно разбить на две фазы. Первая фаза характеризуется плавным падением температуры от 286 К до 279,4 К. Вторичная фаза характеризуют обстоятельство вызвано скачкообразным снижением пропускной способности газопровода и обусловлено оттоком тепла через стенку трубы, а через нее - в окружающии трубопровод грунт. Далее происходит скачок по температуре, который вызван запаздывающим влиянием теплового возмущения $T(0,t)$ поскольку постоянная времени протекания тепловых процессов, как правило, значительно превышает постоянную времени гидравлических процессов. Длительность же всего процесса стабилизации температуры в газопроводе в данном случае составляет примерно 4 часа.

Идеализированность тепловой модели приводит к тому, что входной скачок температуры не видоизменяется по форме, но меняется по величине в связи с теплообменом газа с грунтом.

В заключение отметим, что не смотря на имеющийся прогресс в решении уравнений неустановившихся неизотермических режимов транспорта газа, требуется дальнейшее развитие исследований по этим вопросам [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко С.П. Теория упругости. М.: Наука, 1979, 432 с.
2. Грачев В.В., Щербаков С.Г., Яковлев Е.И. Динамика трубопроводных систем. М.: Наука, 1987, 434 с.
3. Куцев В.А. и др. Аналитическое решение задачи нестационарного процесса транспорта газа // Сб. трудов С-К отделения Российской инж.академии, вып. 9, Краснодарск: 2000, с. 278-284.

QAZIN BORUDA İZOTERMİK OLMAYAN HƏRƏKƏTİNDƏ TEMPERATUR GƏRGİNLİK- DEFORMASİYA VƏZİYYƏTİ

A.B.ƏLİYEV

XÜLASƏ

Bu işdə mühəndis hesablamalarında tez-tez rast gəlinən nüvə reaktorlarının, reaktiv mühərriklərin, turbinlərin və s. dağılmasında əsas səbəb kimi iştirak edən temperatur gərginliklərin tədqiqinə həsr edilmişdir və qazın boruda izotermik olmayan hərəkətində temperatur gərginlik – deformasiya vəziyyəti öyrənilmişdir.

THE TEMPERATURE DEFLECTION MODE OF NON-ISOTHERMIC MOTION OF GAS PIPE

A.B.ALIYEV

SUMMARY

This paper is devoted to the investigation of temperature stress as the main cause of different destructions in reactive mechanisms, and nuclear reactors often encountered in engineering calculations. The temperature deflection mode of gas pipe at non-isothermic motion is studied.